

ДВОИЧНАЯ СТРУКТУРА НАТУРАЛЬНОГО РЯДА ЧИСЕЛ И ПРОБЛЕМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Важинский Н.П.

*Важинский Николай Павлович – кандидат философских наук, академик,
отдел фундаментальных исследований,
Восточное отделение,
Украинская академия оригинальных идей, г. Харьков, Украина*

Аннотация: натуральный ряд чисел раскладывается на диапазоны $2^n \div 2^{n+1}$. Количество простых чисел в диапазонах с увеличением степени возрастает до 8-й степени в закономерности, близкой к ряду чисел Фибоначчи. С 9-й степени возрастание резко увеличивается, что свидетельствует о бесконечности ряда простых чисел. Количество составных чисел в диапазонах подчинено закономерности распределения простых чисел.

Ключевые слова: натуральный ряд чисел, простое число, составное число.

Со времен пифагорейцев известно, что движение точки образует линию, движение линии образует плоскость, движение плоскости – объем. Отсюда, точка это нулевое пространство, линия – одномерное, плоскость – двумерное, объем – трехмерное. Если перевести эту закономерность на числа, то единица это нулевое числовое пространство. Движение единицы образует натуральный ряд (одномерное числовое пространство), движение натурального ряда образует двухмерное числовое пространство, что можно наблюдать на примере прямоугольника Тартальи и на его модификации (треугольник Паскаля). Движение треугольника Паскаля образует трехмерное числовое пространство, ключом к которому являются числа Эйлера. Данное пространство опубликовано автором [1, с. 121 -123; 2, с. 98 - 100], хотя требует еще серьезного теоретического осмысления. Однако есть основания полагать, что на его основе можно будет выйти и на уровень четырехмерного числового пространства.

Утверждение пифагорейцев, что «все есть число», можно расширить и сказать, что «все есть простое число», поскольку составные числа являются произведением сомножителей, которые суть простые числа. Бесконечность ряда простых чисел становится очевидной, если разложить составные числа на сомножители (ab, abc, abcd и т. д.) и проследить их количество в диапазонах $2^n \div 2^{n+1}$.

Таблица 1. Структура натурального ряда чисел

n	a	ab	abc	abcd	adcde	abcdef	abcdefg	abcdefgh	Σ
1	1								1
2	1	1							2
3	2	1	1						4
4	2	4	1	1					8
5	5	4	5	1	1				16
6	7	12	6	5	1	1			32
7	13	20	17	7	5	1	1		64
8	23	40	30	20	8	5	1	1	128

Таблицу и ее продолжение можно представить в виде числового треугольника.

```

1
1 1
2 1 1
2 4 1 1
5 4 5 1 1
7 12 6 5 1 1
13 20 17 7 5 1 1
23 40 30 20 8 5 1 1
43 75 65 37 21 8 5 1 1
75 147 131 81 41 22 8 5 1 1

```

Первый «левый проспект» (1, 1, 2, 2, 5, 7, 13, 23, 43, 75, 137, 255 и далее 464, 872, 1612, 3030, 5437...) это количество простых чисел в диапазонах $2^0 \div 2^1(1)$; $2^1 \div 2^2(1)$; $2^2 \div 2^3(2)$... $2^{16} \div 2^{17}(5437)$.

Второй «левый проспект» (1, 1, 4, 4, 12, 20, 40, 75, 147, 285, 535...) это количество чисел вида ab в соответствующих диапазонах. Половину диапазона составляют числа, где a = 2 и b – простое число. С учетом того, что все целые числа делятся на три категории: 2bcd... (a = 2), 3bcd... (a = 3) и $6k \pm 1$ (примечание: все простые числа принадлежат к категории $6k \pm 1$ за исключением 2 и 3, которые

входят в формулу в виде 2×3), структура чисел вида ab может быть представлена в виде следующей таблицы:

Таблица 2. Структура ряда чисел вида ab

n	Σ	2b	3b	5b	7b	11b	13b	17b	19b
2	1	2 (1)							
3	1	3 (1)							
4	4	5, 7 (2)	3, 5 (2)						
5	4	11, 13 (2)	7 (1)	5 (1)					
6	12	$17 \div 31$ (5)	$11 \div 19$ (4)	7, 11 (2)	7 (1)				
7	20	$37 \div 61$ (7)	$23 \div 41$ (5)	$13 \div 23$ (4)	$11 \div 17$ (3)	11 (1)			
8	40	$67 \div 127$ (13)	$43 \div 83$ (10)	$29 \div 47$ (6)	$19 \div 31$ (4)	$13 \div 23$ (4)	$13 \div 19$ (3)		
9	75	$131 \div 251$ (23)	$89 \div 167$ (16)	$53 \div 101$ (11)	$37 \div 73$ (10)	$29 \div 43$ (5)	$23 \div 37$ (4)	$17 \div 29$ (4)	$19 \div 23$ (2)
10	147	$257 \div 509$ (43)	$173 \div 337$ (29)	$103 \div 199$ (20)	$79 \div 139$ (13)	$47 \div 89$ (10)	$41 \div 73$ (9)	$31 \div 59$ (7)	$29 \div 53$ (7)
11	285	$521 \div 1021$ (75)	$347 \div 677$ (55)	$211 \div 409$ (34)	$149 \div 283$ (27)	$97 \div 181$ (18)	$79 \div 157$ (16)	$61 \div 113$ (13)	$59 \div 107$ (12)
12	535	$1031 \div 2039$ (137)	$683 \div 1361$ (95)	$419 \div 811$ (61)	$293 \div 577$ (45)	$191 \div 367$ (31)	$163 \div 313$ (28)	$127 \div 239$ (22)	$109 \div 211$ (19)

Продолжение 10-й степени – 23b: $23 \div 43$ (6); 29b: $29 \div 31$ (2); 31b: 31 (1). Продолжение 11-й степени – 23b: $47 \div 89$ (10); 29b: $37 \div 67$ (8); 31b: $37 \div 61$ (7); 37b: $37 \div 53$ (5); 41b: $41 \div 47$ (3); 43b: $43 \div 47$ (2). Продолжение 12-й степени – 23b: $97 \div 173$ (16); 29b: $71 \div 139$ (15); 31b: $67 \div 131$ (14); 37b: $59 \div 109$ (13); 41b: $53 \div 97$ (10); 43b: $53 \div 89$ (9); 47b: $47 \div 83$ (9); 53b: $53 \div 73$ (6); 59b: $59 \div 67$ (3); 61b: $61 \div 67$ (2).

Примечание: В скобках указано количество чисел.

Аналогичным образом формируются и другие ряды чисел «левых проспектов». В качестве примера можно привести структуру ряда чисел вида «abc» (в таблице и дальше «kl» обозначает количество чисел):

Таблица 3. Структура ряда чисел вида abc

n	2^2c	2bc	3bc	5bc	7bc	kl общ
3	2^3 ; kl = 1					1
4	2^23 ; kl = 1					1
5	$2^2(5 \div 7)$; kl = 2	2×3^2 ; 6×5 ; kl = 2	3^3 ; kl = 1			5
6	$2^2(11 \div 13)$; kl = 2	6×7 ; 2×5^2 ; kl = 2	$3^2(5 \div 7)$; kl = 2			6
7	$2^2(17 \div 31)$; kl = 5	$6(11 \div 19)$; $10(7 \div 11)$; 14×7 ; kl = 6	$9(11 \div 13)$; 3×5^2 ; 15×7 ; kl = 4	5^3 ; kl = 1		17
8	$2^2(37 \div 61)$; kl = 7	$6(23 \div 41)$; $10(13 \div 23)$; $14(11 \div 17)$; 22×11 ; kl = 13	$9(17 \div 23)$; $15(11 \div 17)$; $3 \times 7^2 \div 21 \times 11$; kl = 8	5^27 ; 5×7^2 ; kl = 2		30
9	$2^2(67 \div 127)$; kl = 13	$6(43 \div 83)$; $10(29 \div 47)$; $14(19 \div 31)$; $22(13 \div 23)$; $26(13 \div 19)$; kl = 27	$9(29 \div 53)$; $15(19 \div 31)$; $21(13 \div 23)$; $33(11 \div 13)$; 3×13^2 ; kl = 19	$25(11 \div 19)$; $35(11 \div 13)$; kl = 5	7^3 ; kl = 1	65

10	$2^2(131 \div 251);$ $kl = 23$	$6(89 \div 167); 10(53 \div 101); 14(37 \div 73); 22(29 \div 43);$ $26(23 \div 37);$ $34(17 \div 29); 38(19 \div 23);$ $kl = 52$	$9(59 \div 113); 15(37 \div 67); 21(29 \div 47);$ $33(17 \div 31); 39(13 \div 23); 51(17 \div 19);$ $kl = 39$	$25(23 \div 37);$ $35(17 \div 29);$ $55(13 \div 17); 65$ $\times 13;$ $kl = 11$	$49(11 \div 19);$ $77(11 \div 13);$ $kl = 6$	131
----	-----------------------------------	---	---	---	--	-----

Первый «правый проспект» это ряд чисел 2^n . Второй «правый проспект» это ряд чисел $2^{\square-1} \times 3$. Третий «правый проспект» начинают простые числа **5** и **7**, принадлежащие к диапазону от $2^2 \div 2^3$ (обозначим это диапазон как **D3**). В следующем диапазоне (**D4**) эти числа удваиваются. К ним добавляются числа 9 (3×3) и 15 (3×5). Вместе они и дают $kl = 4$ чисел вида «ab». В **D3** эти 4 числа удваиваются и вместе с числом 27 ($3 \times 3 \times 3$) образуют числа вида «abc» (18, 20, 27, 28, 30) в **kl = 5**. Удвоение этих чисел и дает продолжение третьего «проспекта». Формирование четвертого «проспекта» начинается числами **11** и **13** из **D4**. Далее: **D5** – числа 21(3×7) и 25 (5×5), **D6** – числа 45($3 \times 3 \times 5$) и 63 ($3 \times 3 \times 7$), **D7** – число 81($3 \times 3 \times 3 \times 3$), **D8** – число 243($3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$). В **D8** образуются числа вида «abcde» - 176($2^4 \times 11$), 208($2^4 \times 13$), 168($2^3 \times 21$), 200($2^3 \times 25$), 180($2^2 \times 45$), 252($2^2 \times 63$), 162(2), 243. Удваиваясь, эти числа далее дают постоянное **kl = 8**.

Таблица 4. Структура ряда чисел $D5 \div D11$

D_n	5	6	7	8	9	10
Числа	17, 19, 23, 29, 31 (простые)	33, 35, 39, 49, 51, 55, 57 (ab)	75, 99, 105, 117, 125 (abc)	135, 189, 225 (abcd)	405 (abcde)	729 (abcdef)
Структура чисел		$3(11 \div 19);$ $5(7 \div 11); 7^2$	$3 \times 5^2; 3^2(11 \div 13);$ $3 \times 5 \times 7; 5^3$	$3^3(5 \div 7); 3^2 5^2$	$3^4 5$	3^6
D11	$(2^6 d)$ 1088, 1216, 1472, 1856, 1984	$(2^5 ab)$ 1056, 1120, 1248, 1568, 1632, 1760, 1824	$(2^4 abc)$ 1200, 1584, 1680, 1872, 2000	$(2^3 abcd)$ 1080, 1512, 1800	$(2^2 adcd)$ 1620	$(2 adcd ef)$ 1458

Данная таблица демонстрирует формирование постоянного **kl = 22**. Аналогичным образом формируются и остальные ряды «правых проспектов». Следует отметить, что в основе формирования постоянного количества участвуют только нечетные числа.

К проблеме распределения простых чисел относятся поиски формулы, которая послужила бы «генератором простых чисел». Такая формула существует $x = 6k \pm 1$. За исключением чисел 2 и 3, которые входят в формулу своим произведением, остальные простые числа лежат на линиях, образуемых функциями $x = 6k + 1$ и $x = 6k - 1$. В таблице составные числа, образуемые формулой $x = 6k \pm 1$, вынесены вправо и влево относительно чисел $6k$. Числа в верхней строке указывают на наименьший делитель.

Таблица 5. Распределение простых и составных чисел относительно центрального ряда чисел вида $6k$

k	2^n	13	11	7	5	-	6k	+	5	7	11	13
0	$2^1, 2^2$						0	2, 3				
1	2^3					5	6	7				
2	2^4					11	12	13				
3						17	18	19				
4						23	24		25			
5	2^5					29	30	31				
6					35		36	37				
7						41	42	43				
8						47	48			49		
9						53	54		55			
10	2^6					59	60	61				
11					65		66	67				
12						71	72	73				
13				77			78	79				
14						83	84		85			
15						89	90			91		
16					95		96	97				
17						101	102	103				

18						107	108	109				
19						113	114		115			
20				119			120				<u>121</u>	
21	2^7				125		126	127				
22						131	132		133			
23						137	138	139				
24			143				144		145			
25						149	150	151				
26					155		156	157				
27				161			162	163				
28						167	168				<u>169</u>	
29						173	174		175			
30						179	180	181				
31					185		186			187		
32						191	<u>192</u>	193				
33						197	198	199				
34				203			204		205			
35			209				210	211				
36					215		216			217		

Более наглядно закономерности просматриваются на графике, представленном на Рис. 1.

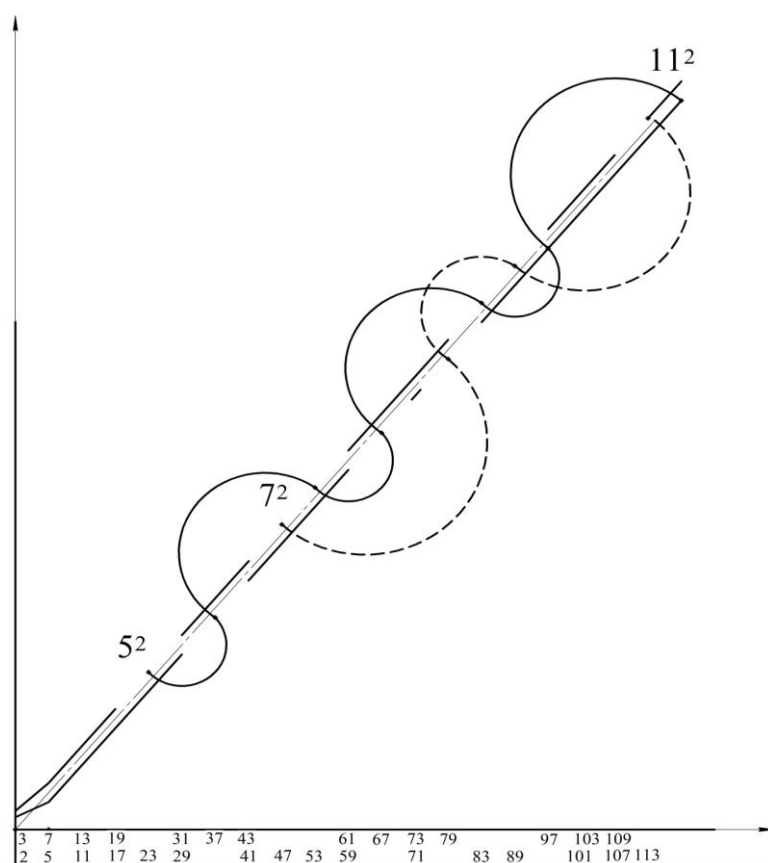


Рис. 1. Схема распределения простых и составных чисел относительно функции $x = 6k$

На рисунке функция $x = 6k$ представлена штрихпунктирной линией. Масштаб графика выбран таким образом, чтобы наклонить этот график к абсциссе. На верхней линии расположены числа $x = 6k + 1$ (простые числа этой линии указаны на верхней строчке внизу графика). На нижней линии расположены числа $x = 6k - 1$ (простые числа этой линии указаны на нижней строчке внизу графика). Составные числа связаны на графике между собой кривыми второго порядка.

Таблица 6. Распределение составных чисел относительно центрального ряда чисел вида $6k$

$b \setminus a$	5	7	11	13	17	19	23	25	29
5	$+ 5^2$								
7	$35 -$	$+ 7^2$							

11	+ 55	77 -	+ 11 ²						
13	65 -	+ 91	143 -	+ 13 ²					
17	+ 85	119 -	+ 187	221 -	+ 17 ²				
19	95 -	+ 133	209 -	+ 247	323 -	+ 19 ²			
23	+ 115	161 -	+ 253	299 -	+ 391	437 -	+ 23 ²		
25	5 ³ -	+ 175	275 -	+ 325	425 -	+ 475	575 -	+ □□	
29	+ 145	203 -	+ 319	377 -	+ 493	551 -	+ 667	725 -	+ 29 ²
31	155 -	+ 217	341 -	+ 403	899 -	+ 589	713 -	+ 775	899 -

Количество простых чисел в диапазонах зависит от количества пересечений кривыми второго порядка линий $6k \pm 1$ (см. Рис. 1).

Таблица 7. Процентное соотношение количества простых чисел к общему количеству чисел $6k \pm 1$ в диапазоне $2^3 \div 2^{13}$

Диапазон до 2^n	Кол-во чисел вида $6k$	Значения k	тах возм-е кол-во мест для простых чисел	Факти-е кол-во простых чисел	%-е соот-е простых чисел к кол-ву мест
2^3	1	1	2	2	100
2^4	1	2	2	2	100
2^5	3	$3 \div 5$	6	5	83,(3)
2^6	5	$6 \div 10$	10	7	70
2^7	11	$11 \div 21$	22	13	59,(09)
2^8	21	$22 \div 42$	42	23	54,76
2^9	42	$43 \div 85$	84	43	51,19
2^{10}	84	$86 \div 170$	168	75	44,64
2^{11}	170	$171 \div 341$	340	137	40,29
2^{12}	340	$342 \div 682$	680	255	37,5
2^{13}	686	$683 \div 1365$	1372	464	33,81

В структуре составных чисел пропорционально доминируют числа с наименьшими сомножителями из меньших диапазонов.

Таблица 8. Процентное соотношение в структуре составных чисел в диапазоне $2^5 \div 2^{10}$

Множитель	5	7	11	13	17	19	23	29	31
Множимое	$5 \div 203$	$7 \div 145$	$11 \div 91$	$13 \div 77$	$17 \div 59$	$19 \div 53$	$23 \div 43$	$29 \div 35$	31
Значе-ния k	$4 \div 169$	$8 \div 169$	$20 \div 166$	$28 \div 166$	$47 \div 167$	$60 \div 167$	$88 \div 169$	$140 \div 169$	160
Произведен-ие	$5^2 \div 1015$	$7^2 \div 1015$	$11^2 \div 1001$	$13^2 \div 1001$	$17^2 \div 1003$	$19^2 \div 1007$	$23^2 \div 989$	$29^2 \div 1015$	31^2
Кол-во общих чисел	-	9(5)	5(5)+ 3(7)=8	4(5)+ 2(7)=6	3(5)+ 1(7)= 4	2(5)+ 1(7)= 3	2(5)	1(5)	-
Итого чисел из 170	67	$47 - 9 = 38$	$28 - 8 = 20$	$22 - 6 = 16$	$15 - 4 = 11$	$12 - 3 = 9$	$8 - 2 = 6$	$3 - 1 = 2$	1
% к 170	39,4	22,35	11,76	0,094	0,065	0,053	0,035	0,012	0,006

Примечание: В диапазоне $2^5 \div 2^{10}$ имеется 170 составных чисел $6k \pm 1$. В скобках указаны общие сомножители.

Таблица 9. Динамика увеличения количества составных чисел $6k \pm 1$ в диапазоне $2^5 \div 2^{10}$

	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	Итого
5	1(16,7)	2(20)	5(22,7)	8(19)	17(20)	34(20)	67
7		1(10)	3(13,6)	4(9,5)	11(13)	19(10)	38
11			1(4,5)	4(9,5)	5(5,4)	10(5,4)	20
13				3(7)	4(4,8)	9(5,3)	16
17					4(4,8)	7(4,1)	11

19					2(2,3)	7(4,1)	9
23						6(3,6)	6
29						2(1,2)	2
31						1(0,6)	1
Итого	1	3	9	19	43	95	170
Итого %	16,7	30	40,9	45	51	56,5	50

Примечание: В скобках указаны % от количества чисел $6k \pm 1$ в данном диапазоне. Нарастающим итогом % в диапазоне $2^0 \div 2^{10}$ равен 50.

Таким образом, для того чтобы определить, к примеру, является ли число 1021 простым, нужно $\sqrt{1021} = 31,95$ и определить, что наибольшим простым числом, образующим в диапазоне $2^0 \div 2^{10}$ кривую второго порядка (см. Рис.1), является число 31. Далее делим 1021 по очереди на 8 простых чисел (исключая первые 2, 3, 5) – 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31. Ни одна из линий второго порядка, образуемых этими числами, не пересекает линию $6k + 1$ в этой точке. Значит 1021 простое число.

Чтобы определить следующее простое число $1021:6=170,1(6)$, определяем, что значение $k = 170$. Увеличиваем k на 1, получаем $171 \times 6 = 1026$. $171 \times 6 + 1 = 1027$ (13×79). $171 \times 6 - 1 = 1025$. Увеличиваем еще на 1, получаем $172 \times 6 = 1032$. Далее ± 1 и получаем 1031 и 1033. Убеждаемся, что линии, образуемые $7 \div 31$ (как и в предыдущем варианте) не пересекают прямые линии $6k \pm 1$ в данных точках.

Данный алгоритм намного экономичнее знаменитого решета Эратосфена, что можно проиллюстрировать таблицей.

Таблица 10. Таблица квадратичного подхода к «отсеву» простых чисел

Диапазон	Число (граница диапазона)	$\sqrt{}$	Простое число	Значение k	№ п/п про- стого числа
2^5	32	5,6	5	1(-)	2
2^6	64	8	7	1(+)	3
2^7	128	11,3	11	2(-)	4
2^8	256	16	13	2(+)	5
2^9	512	22,6	19	3(+)	8
2^{10}	1024	32	31	5(+)	11
2^{11}	2048	45,2	43	7(+)	14
2^{12}	4096	64	61	10(+)	18
2^{13}	8192	90,5	89	15(-)	24
2^{14}	16384	128	127	21(+)	31
2^{15}	32768	181,01	181	30(+)	42
2^{16}	65536	256	251	42(-)	54
2^{17}	131072	362,03	359	60(-)	72
2^{18}	262144	512	509	85(-)	97

Из таблицы видно, что для нахождения всех простых чисел в диапазоне до 2^{18} , необходимо по методике квадратичного подхода всего 94 первых простых числа (минус первые три числа – 2, 3, 5). В диапазоне до 2^{17} понадобится 69 чисел, чтобы получить 5437 простых чисел.

Из таблицы также вытекает, что каждое простое число имеет свои характеристики – диапазон, №п/п, значение k , принадлежность к верхней или нижней линии (+ или -). Если бы был создан каталог простых чисел (по аналогии с каталогом звезд), то можно было бы добавить еще одну графу – «специальная характеристика»: число Гаусса, число Эйлера, число Мерсена и т. д.

Данную статью можно рассматривать как вступление в теорию чисел одномерного числового пространства.

Список литературы

1. *Важинский М.П.* Тринитарная онтология человека (методологический аспект) // Доклады международного конвента тринитарных знаний, 1999 – 2000. С. 118–125 с.
2. *Важинский Н.П.* Основы философии: методическое пособие для ученых и преподавателей. Харьков: КП «Городская типография», 2019. 117 с.
3. *Важинский Н.П.* Доказательство Великой теоремы Ферма и его следствия // Наука и образование сегодня. № 6(41), 2019, С. 2–8.

4. *Важинский Н.П.* Решение проблемы определения термина «культура» и его следствия // Наука и образование сегодня. № 12(47), 2019. С. 116–119.